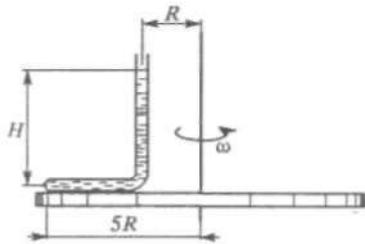
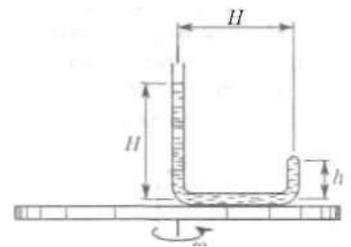


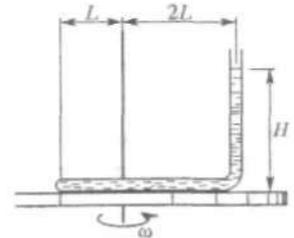
Статика и гидростатика

1. Тонкая трубка, запаянная с одного конца, заполнена водой и закреплена на горизонтальной платформе, вращающейся с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси (см. рис.). Открытое и запаянное колена трубки вертикальны. Геометрические размеры установки даны на рисунке. Атмосферное давление P_0 , плотность воды ρ . Найти давление воды в месте изгиба трубки, расположенном на оси вращения. Найти давление воды у запаянного конца трубки.



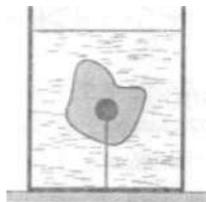
2. Тонкая запаянная с одного конца трубка заполнена жидкостью и закреплена на горизонтальной платформе, вращающейся с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси (см. рис.). Открытое колено трубки вертикально. Геометрические размеры установки указаны на рисунке. Атмосферное давление P_0 , плотность жидкости ρ .

- 1) Найти давление жидкости в месте изгиба трубки.
- 2) Найти давление жидкости у запаянного конца трубки.



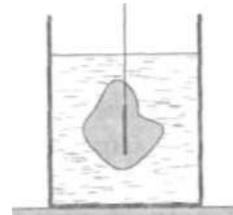
3. Тонкая трубка, запаянная с одного конца, заполнена маслом и закреплена на горизонтальной платформе, вращающейся с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси так, что масло не выливается и заполняет полностью горизонтальное колено трубки (см. рис.). Открытое колено трубки вертикально. Геометрические размеры установки даны на рисунке. Атмосферное давление P_0 , плотность масла ρ . Найти давление масла в месте изгиба трубки. Найти давление масла у запаянного конца трубки.

4. Деревянный шарик, вмороженный в кусок льда, удерживается внутри цилиндрического стакана с водой нитью, прикрепленной ко дну (см. рис.). Лед с шариком целиком погружен в воду и не касается стенок и дна стакана. После того как лед растаял, шарик остался плавать внутри стакана, целиком погруженный в воду. Сила натяжения нити за время таяния льда уменьшилось при этом в K раз ($K > 1$), а уровень воды в стакане уменьшился на dH ($dH > 0$). Чему равен объем шарика, если плотность воды равна ρ_0 , дерева — ρ ($\rho < \rho_0$), площадь внутреннего сечения стакана S . (2000, 7)

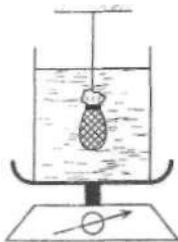


5. Гайка, вмороженная в кусок льда, висит на нити. После того как снизу поднесли цилиндрический стакан с водой, в которую целиком погрузили лед с гайкой, сила натяжения нити уменьшилось на dT ($dT > 0$), а уровень воды в стакане повысился. Лед с гайкой при этом висит на нити в воде и не касается стенок и дна стакана. После того как лед растаял, гайка осталась висеть на нити, целиком погруженная в воду, а уровень воды в стакане за время таяния льда понизился на dH ($dH > 0$). Чему равен объем гайки? Плотность воды ρ_0 , льда — ρ_1 , площадь внутреннего сечения стакана S , ускорение свободного падения g .

6. В цилиндрическом стакане с водой на нити висит проволока, вмороженная в кусок льда. Лед с проволокой целиком погружен в воду и не касается стенок и дна стакана (см. рис.). После того как лед растаял, проволока осталась висеть на нити, целиком погруженная в воду. Уровень воды в стакане за время таяния льда уменьшился на dH ($dH > 0$), а сила натяжения нити увеличилась в K раз. Найти объем проволоки. Плотность воды ρ_0 , проволоки — ρ , площадь внутреннего сечения стакана S .

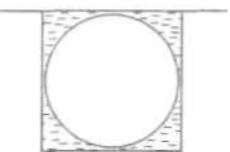


7. Сосуд с водой уравновешен на чашке весов. Для приготовления соленого раствора была использована крупная соль, содержащая нерастворимые в воде примеси. Соль с примесями в марлевом мешочке была опущена на нити в сосуд, так что мешочек оказался целиком погруженным в воду (см. рис.). Сразу после этого показания весов изменились на dP ($dP > 0$). После того как соль целиком растворилась в воде, была измерена плотность раствора ρ и объем примесей V_n оставшихся в мешочке. Найти массу воды m_0 , находящейся в сосуде. Плотность чистой соли — ρ_c , воды — ρ_0 . Ускорение свободного падения — g . После растворения соли раствор считать однородным с плотностью $\rho = (m_c + m_0)/(V_c + V_0)$, где m_c и m_0 — массы соли и воды, а V_c и V_0 — их объемы.



8. В одно из колен U-образной вертикально расположенной трубки, частично заполненной жидкостью, долили слой более легкой жидкости. Возникшая при этом разность уровней жидкости в коленах составила $h = 4$ см. Когда толщину слоя легкой жидкости увеличили еще на 3 см, уровень тяжелой жидкости переместился на 1 см. Найдите толщину слоя более легкой жидкости, первоначально налитой в трубку. Жидкости в трубке не смешиваются.

9. U-образную вертикально расположенную трубку заполнили частично ртутью, а затем одно из колен трубки закрыли. Если в открытое колено трубки долить некоторое количество ртути, то уровни ее в коленах сместятся. Найдите наружное давление (в мм ртутного столба), если отношение величин этих смещений уровней равно $n = 4$, а толщина воздушной прослойки в закрытом колене в конечном состоянии равна $L = 25$ см.

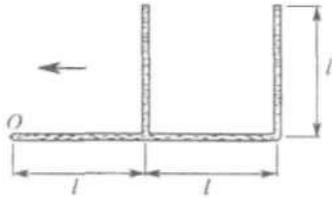
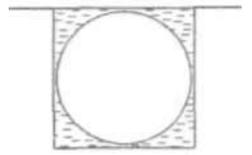


10. В лунке размером $10 \times 10 \times 10$ см³, полностью заполненной водой, лежит шарик (см. рис.), плотность материала которого $\rho = 2$ г/см³. Диаметр шарика d немного меньше 10 см. Какую минимальную по величине работу A надо совершить, чтобы вытащить шарик из воды?

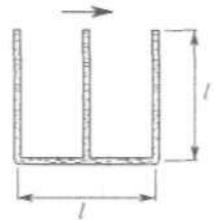
11. На дне лунки размером $10 \times 10 \times 10$ см³ лежит шар, диаметр которого d немного меньше 10 см. В лунку наливают воду до тех пор, пока шар не начинает плавать, касаясь дна лунки. После этого в лунку пришлось долить еще $m = 250$ г воды, чтобы она оказалась заполненной водой до верха (см. рис.). Какую массу воды M налили в лунку вначале? Чему равна плотность материала шара? У к а з а н и е . Объем шарового сегмента высотой h равен

$$dV = 1/3 \pi h^2 (1/3 d - h), \text{ где } d \text{ — диаметр шара.}$$

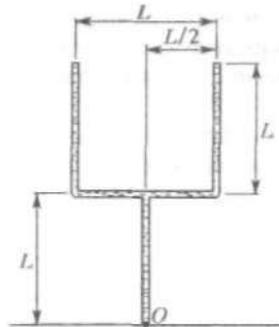
12. В лунке размером $10 \times 10 \times 10 \text{ см}^3$, целиком заполненной водой, лежит на дне металлический цилиндр (см. рис.). Диаметр цилиндра d немного меньше 10 см . Высота цилиндра равна его диаметру. Для того чтобы вытащить цилиндр из воды, необходимо совершить работу не меньше величины $A = 0,185 \text{ Дж}$. Чему равна плотность ρ материала цилиндра?



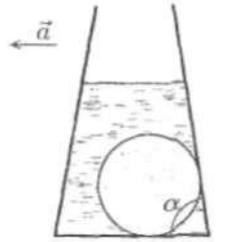
13. «Тройник» с двумя открытыми в атмосферу вертикальными трубками и одной закрытой горизонтальной, полностью заполнен водой (см. рис.) После того, как «тройник» стали двигать по горизонтали (в плоскости рисунка влево) с некоторым постоянным ускорением, из него вылилось $1/16$ массы всей воды. Чему при этом равно давление в жидкости у закрытого конца (точка O) горизонтальной трубки? Трубки имеют одинаковое внутреннее сечение и длину l .



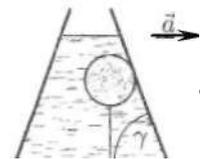
14. «Тройник» из трех вертикальных открытых в атмосферу трубок полностью заполнен водой (см. рис.). После того, как «тройник» стали двигать в горизонтальном направлении (в плоскости рисунка) с некоторым ускорением a , из него вылилось $9/32$ всей массы содержащейся в нем воды. Чему равна величина ускорения a ? Внутреннее сечение трубок одинаково, длины трубок равны l .



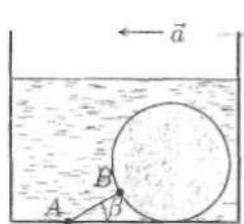
15. «Тройник» с двумя открытыми в атмосферу вертикальными трубками и одной закрытой целиком заполнен водой (см. рис.). Когда «тройник» стали двигать по горизонтали с некоторым ускорением (в плоскости рисунка), то из него вылилось $1/8$ всей массы содержащейся в нем воды. Чему равно давление в жидкости в нижней части (точка O) закрытой трубки? Внутреннее сечение всех трубок одинаково, длина трубок равна L .



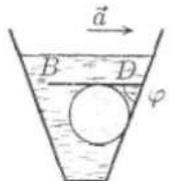
16. Стекланный шар объемом V и плотностью ρ_0 находится в сосуде с водой (см. рис.). Угол между стенкой сосуда и горизонтально дном α . Внутренняя поверхность сосуда гладкая. Плотность воды ρ . Найти силу давления шара на дно в двух случаях: 1) сосуд неподвижен, 2) сосуд движется с постоянным горизонтальным ускорением a .



17. Пробковый шар объемом V привязан ко дну конического сосуда с водой так, что нить вертикальна, а шар касается гладкой стенки сосуда (см. рис.). Угол между горизонтальным дном и стенкой сосуда γ . Плотности воды и пробки ρ и ρ_0 . Найти силу натяжения нити в двух случаях: 1) сосуд неподвижен, 2) сосуд движется с постоянным горизонтальным ускорением a .



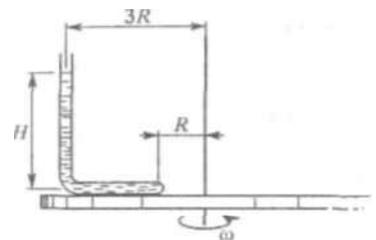
18. В сосуде с водой находится алюминиевый шар объемом V , прикрепленный ко дну сосуда нитью AB (см. рис.). Дно сосуда горизонтальное и гладкое. Плотности алюминия и воды ρ_0 и ρ . Найти силу давления шара на дно сосуда в двух случаях: 1) сосуд неподвижен, 2) сосуд движется с постоянным горизонтальным ускорением a , и нить составляет с дном угол β .



19. В коническом сосуде с водой находится деревянный шар объемом V , удерживаемый от всплытия горизонтальной полкой BD , прикрепленной к стенке сосуда. Поверхность полки и стенки сосуда гладкие. Угол между полкой и стенкой сосуда ϕ . Плотности воды и дерева ρ и ρ_0 . Найти силу давления шара на полку в двух случаях: 1) сосуд неподвижен, 2) сосуд движется с постоянным горизонтальным ускорением a .

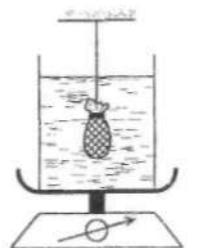
20. Болт, вмороженный в кусок льда, висит на нити. После того как снизу поднесли цилиндрический стакан с водой, в которую целиком погрузили лед с болтом, сила натяжения уменьшилась на dT ($dT > 0$). При этом лед с болтом не касались дна и стенок стакана. Спустя некоторое время лед растаял, а болт остался висеть на нити, целиком погруженный в воду. При этом уровень воды в стакане увеличился на dH по сравнению с уровнем воды в стакане до опускания в него льда с болтом. Найти объем болта. Плотность воды ρ_0 , плотность льда ρ_k , площадь внутреннего сечения стакана S , ускорение свободного падения g .

21. Тонкая запаянная с одного конца трубка заполнена ртутью и закреплена на горизонтальной платформе, вращающейся с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси так, что ртуть не выливается и заполняет полностью горизонтальное колено трубки (см. рис.). Открытое колено трубки вертикально. Геометрические размеры установки указаны на рисунке. Атмосферное давление P_0 , плотность ртути ρ .



1) Найти давление ртути в месте изгиба трубки.
2) Найти давление ртути у запаянного конца трубки.

22. Для приготовления раствора сахара был использован сахарный песок, содержащий некоторое количество нерастворимых в воде примесей. Песок с примесями в марлевом мешочке был опущен на нити в сосуде водой, стоящий на чашке весов, так что мешочек оказался целиком погруженным в воду (см. рис.). После того как сахар целиком растворился в воде, показания весов изменились на ΔP ($\Delta P > 0$) по сравнению с их показаниями сразу после опускания мешочка в воду сосуда. Мешочек с примесями после растворения сахара остался висеть на нити целиком погруженный в раствор. После этого измерили плотность раствора и объем примесей, которые оказались равными ρ и V_0 . Найти первоначальный объем воды в сосуде V_0 , если ее плотность — ρ_0 . Плотность чистого сахара — ρ_s , ускорение свободного падения — g . Раствор сахара считать однородным с плотностью $\rho = (m_c + m_0)/(V_c + V_0)$, где m_c и m_0 — массы сахара и воды, V_c и V_0 — их объемы.



23. U-образная вертикально расположенная трубка частично заполнена жидкостью, так что расстояния от открытых концов трубки до уровня жидкости в коленах трубки равны h . Какой максимальный по толщине слой более легкой жидкости можно налить в одно из колен трубки, чтобы жидкость из трубки не выливалась? Отношение величин плотностей жидкостей равно κ ($\kappa > 1$). Жидкости не смешиваются.

Ответы

1. $P_1 = P_0 + \rho g H$, $P_2 = P_0 + \rho g(H - h) + (\rho \omega^2 L^2 / 2)$

2. $P_1 = P_0 + \rho g H$, $P_2 = P_0 + \rho g H + 12 \rho \omega^2 R^2$

3. $P_1 = P_0 + \rho g H$, $P_2 = P_0 + \rho g H - (3 \rho \omega^2 L^2 / 2)$

4. $V_{\text{ш}} = \frac{S \cdot \Delta H \cdot \rho_{\text{в}}}{(K - 1)(\rho_{\text{в}} - \rho)}$

5. $V = \frac{\Delta T}{\rho_{\text{в}} g} - V_{\text{п}} = \frac{\Delta T}{\rho_{\text{в}} g} - \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{п}}} S \cdot \Delta H$

6. $V_{\text{п}} = \frac{KS \cdot \Delta H \cdot \rho_{\text{в}}}{(K - 1)(\rho_{\text{п}} - \rho_{\text{в}})}$

7. $m_{\text{в}} = \frac{\rho_{\text{с}} - \rho}{\rho - \rho_{\text{в}}} \left[\frac{\Delta P}{g} - V_{\text{п}} \rho_{\text{в}} \right]$

8. $h_1 = \frac{\Delta h_1 h}{\Delta h_1 - 2 \Delta h_2} = 12 \text{ см}$

9. $P_0 = 750 \text{ мм рт. ст.}$

10. $A = \frac{\pi}{6} \left(1 - \frac{\pi}{6} \right) g d^4 \left(\rho - \frac{\rho_{\text{в}}}{2} \right) = 0,37 \text{ Дж}$

11. $M = \rho_{\text{в}} \left[d^3 - \frac{\pi d^3}{6} \frac{27}{32} - \frac{m}{\rho_{\text{в}}} \right] = 310 \text{ г}; \quad \rho = \rho_{\text{в}} \left[1 - \frac{2}{d^3} \left(\frac{m}{\rho_{\text{в}} d^2} \right)^2 \left(\frac{3}{2} d - \frac{m}{\rho_{\text{в}} d^2} \right) \right] = \frac{27}{32} \rho_{\text{в}} = 0,83 \text{ г/см}^3$

12. $\rho = \frac{A + \rho_{\text{в}} g \frac{\pi d^4}{8}}{g d^4 \left(1 - \frac{\pi}{4} \right)} \approx 2,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$

13. $P_0 = P_{\text{атм}} + (\rho g l / 2)$

14. $a = 3g/4$

15. $P_0 = P_{\text{атм}} + (7 \rho g l / 4)$

16. $P_{2_0} = (\rho_0 - \rho_{\text{в}}) V g$ $P_2 = (\rho_0 - \rho_{\text{в}}) V (g + a \text{ ctg } \alpha)$

17. $T_1 = (\rho - \rho_1) V g$ $T_2 = (\rho - \rho_1) V (g - a \text{ ctg } \gamma)$

18. $N_1 = (\rho_0 - \rho) V g$ $N_2 = (\rho_0 - \rho) V (g + a \text{ tg } \beta)$

19. $N_1 = (\rho - \rho_1) V g$ $N_2 = (\rho - \rho_1) V (g + a \text{ ctg } \varphi)$

20. $V = \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{п}}} S \cdot \Delta H - \frac{\Delta T}{\rho_{\text{в}} g} \cdot \frac{\rho_{\text{п}}}{\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{п}}}$

21. $P_1 = P_0 + \rho g H$, $P_2 = P_0 + \rho g H - 4 \rho \omega^2 R^2$

22. $m_{\text{в}} = \frac{\rho_{\text{с}} - \rho}{\rho_{\text{с}} - \rho_{\text{в}}} \left[\frac{\Delta P}{g(\rho - \rho_{\text{в}})} - V_{\text{п}} \right]$

23. $h_{\text{max}} = 2h \frac{k}{2k - 1}$

24. 1 см