

Вращательное движение и связи

- Гоночный автомобиль начинает движение так резко, что его колеса первое время проскальзывают по асфальту (они вращаются слишком быстро). В некоторый момент этого проскальзывания скорость автомобиля равна v_1 , а скорость нижней точки колеса относительно асфальта — v_2 . Определите скорость верхней точки колеса относительно асфальта.
- Вертикальное колесо зажато между двух горизонтальных дощечек. Верхняя дощечка движется вправо со скоростью v_1 , а нижняя — влево со скоростью v_2 (см. рис. 1). Определите скорость центра колеса O и скорость точки A (OA — горизонтальный отрезок). В точках контакта колеса с дощечками проскальзывания нет. Найдите угол между вектором скорости точки A и вертикалью.
- По рельсам катится вагонетка. Радиус ее колеса равен r , а радиус реборды (выступающей части обода колеса, предохраняющей его от схода с рельса) составляет R (см. рис. 2). Определите угол между вектором скорости точки B (отрезок OB горизонтален) и вертикалью. Траектория точки A реборды имеет вид, показанный на рисунке 3. Определите ширину петли δ .

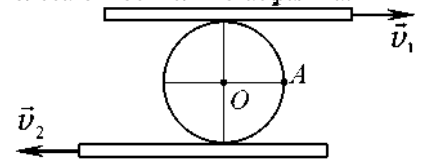


Рис. 1

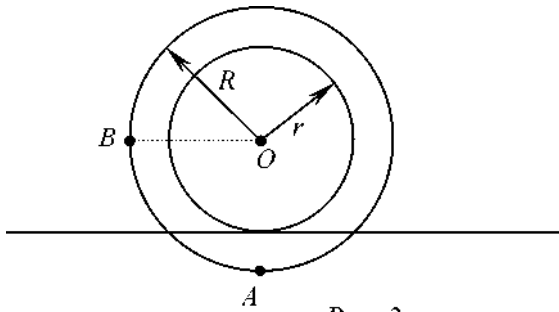


Рис. 2



Рис. 3

- С плоскости, образующей с горизонталью угол α , скатывается без проскальзывания однородная тонкостенная труба массой M . Найдите ускорение центра масс трубы и силу трения, пренебрегая действием воздуха. При каком соотношении между коэффициентом трения и углом α качение будет происходить без проскальзывания?
- По клину массой M , находящемуся на гладкой горизонтальной плоскости, скользит шайба массой m . Гладкая наклонная плоскость клина составляет с горизонтом угол α . Определите величину ускорения клина. Под каким углом к горизонту движется шайба? Найдите силу давления шайбы на клин.
- Катушку, лежащую на горизонтальной плоскости, тянут за намотанную на ее среднюю часть легкую нерастяжимую нить так, что ее конец A движется со скоростью v под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту (см. рис. 4). При этом катушка катится без проскальзывания, а ее ось не изменяет своей ориентации. Найдите скорость движения оси катушки, если радиус r средней части катушки в $n = 2$ раза меньше радиуса R ее шек.

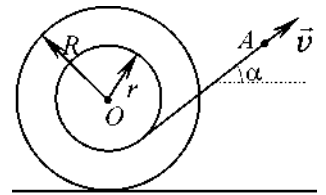


Рис. 4

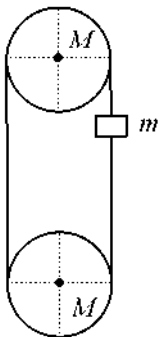


Рис. 5

- На свободно вращающиеся ободы двух одинаковых велосипедных колес, центры которых лежат на одной вертикали, а оси закреплены горизонтально и параллельны, натянута легкая шероховатая нерастяжимая нить, концы которой прикреплены к грузу m , удерживаемому вблизи верхнего обода (рис. 5). Толщина обода много меньше его радиуса, а масса обода много больше массы спиц и втулки колеса и равна M . С каким ускорением будет двигаться груз после его освобождения и до момента касания нижнего обода?

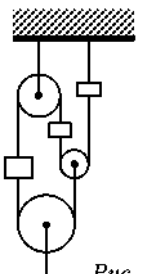


Рис. 6

- В системе на рисунке 6 все блоки невесомые, а нити невесомые и нерастяжимые. Трение в блоках отсутствует. Считая массы всех грузов одинаковыми, найдите ускорения блоков. Свободные концы всех нитей вертикальны.

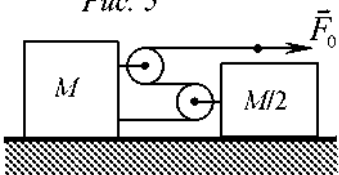


Рис. 7

- Система из двух грузов массами M и $M/2$, к которым прикреплены легкие блоки, движется по гладкому горизонтальному столу под действием силы F_0 (рис. 7). С каким ускорением движется точка нити, к которой приложена сила? Масса нити очень мала. Свободные куски нити считать горизонтальными, растяжением нити и трением в блоках пренебречь.

- В системе на рисунке 8 все блоки невесомые, а нити невесомые и нерастяжимые. Трение в блоках отсутствует. Масса одного из крайних грузов $3M$,

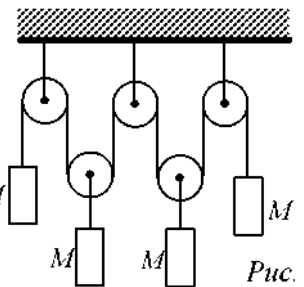


Рис. 8

остальные имеют массу M . В начале тела удерживают, а затем отпускают, и они начинают двигаться — при этом нити остаются все время натянутыми и рывков нет. Найдите ускорение тяжелого груза. Свободные концы всех нитей вертикальны.

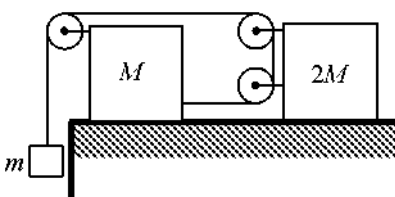


Рис. 9

- В системе на рисунке 9 нить очень легкая и нерастяжимая. Грузы, массы которых M и $2M$, вначале удерживают, а затем отпускают. С каким ускорением начнет двигаться груз m ? Трение в системе отсутствует. Блоки невесомы.

- Найдите ускорение груза 1 сразу после того, как систему (рис. 10) перестали удерживать

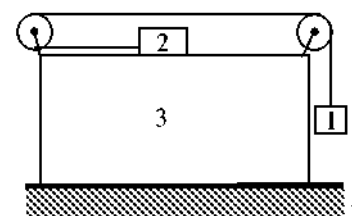


Рис. 10

- Длинный шест AB заталкивают на крышу сарая, двигая его нижний конец A горизонтально по земле со скоростью v_0 (рис. 11). Найдите скорость точки шеста B (по модулю) в тот момент, когда середина шеста (точка C) попадает на край сарая.

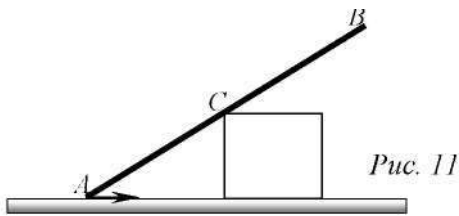


Рис. 11

равномерно вверх со скоростью v . Определите закон движения $x(t)$ и скорость точки B . Определите скорость и ускорение центра стержня в момент, когда он составляет угол 60° с вектором скорости.

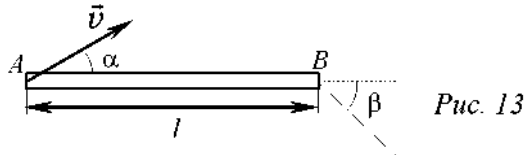


Рис. 13

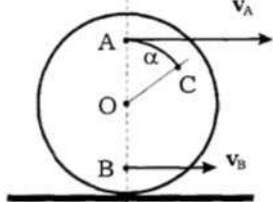
16. По горизонтальной поверхности, плавно переходящей в поднимающуюся наклонную поверхность, катится со скоростью v без проскальзывания тонкостенный обруч. На какую максимальную высоту может подняться этот обруч?

17. Найти отношение радиусов круговых орбит двух одинаковых спутников, у которых отношение изменений импульсов за четверть оборота равно n .

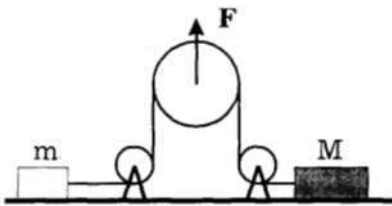
18. К нижнему концу легкой пружины жесткости k , верхний конец которой шарнирно закреплен, прикреплен шарик массы m . Длина пружины в недеформированном состоянии равна L . Шарик движется по окружности в горизонтальной плоскости так, что ось пружины образует с вертикалью постоянный угол a . Найти время одного оборота шарика.

19. Тонкая гладкая трубка, расположенная под углом a к горизонту, вращается с постоянной угловой скоростью вокруг вертикальной оси, проходящей через верхний конец трубки. Внутри трубки находится шарик массы m , радиус которого r немного меньше радиуса трубки. Шарик медленно подтягивают к оси вращения нитью, параллельной оси трубки. Найти зависимость натяжения нити от ее длины L при $L \gg r$.

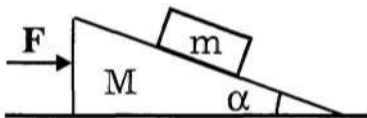
20. Стержень, поперечное сечение которого показано на рисунке, движется по плоскости так, что в некоторый момент скорости его точек A и B параллельны плоскости и перпендикулярны оси стержня, а их величины равны v_A и v_B . Найти величину скорости точки C в этот момент времени, если угол $AOC = \alpha$, и все указанные точки находятся на одинаковом расстоянии от оси стержня,



21. Два груза с массами m и M , лежащие на гладкой горизонтальной плоскости, соединены невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через легкие блоки. В момент времени $t = 0$ к верхнему блоку прикладывают силу F , направленную вертикально вверх. Найти зависимость относительной скорости грузов от времени.



22. На горизонтальной плоскости стоит гладкий клин массы M . На боковую поверхность клина, составляющую угол a с горизонтом, кладут брусок массы m , а к клину прикладывают силу F в горизонтальном направлении, как показано на рисунке. Найти ускорение клина.



23. Из тонкого резинового шнура массы m жесткостью k изготовили кольцо радиуса r . Кольцо медленно раскручивают вокруг его оси. Найти радиус кольца при угловой скорости его вращения $\omega < 2ny/k/m$.

Некоторые ответы

8. $a_1 = g/33$, направлено вниз; $a_2 = 2g/33$, направлено вверх.

9. $a = 17F_x/M$

Найдите скорость конца шеста B (по модулю) в тот момент, когда шест составляет с горизонтом угол 30° , а точка касания шеста и крыши делит его в отношении $1/2$ (большая часть снизу).

14. Два рельса скреплены под прямым углом друг к другу. По этим рельсам движутся две тележки, скрепленные между собой шарнирно стержнем длины l (рис. 12). Тележка A начинает движение из точки пересечения рельсов и движется

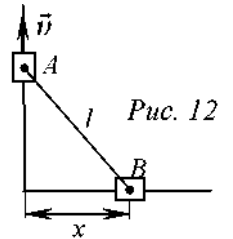
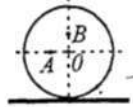


Рис. 12

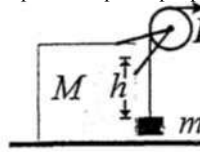
15. Палочка AB длины l движется в плоскости чертежа.

Определите скорость точки B в момент, когда скорость точки A равна v (рис. 13). Известно, что скорость точки B составляет угол β с прямой AB . На каком расстоянии от точки A находится ось, вокруг которой палочка вращается в данный момент (мгновенная ось вращения)?

24. Стержень, поперечное сечение которого показано на рисунке, катится по плоскости без проскальзывания. Найти отношение скоростей точек A и B , находящихся от оси стержня на расстоянии l раз меньшем его радиуса, в тот момент, когда они занимают положения, указанные на рисунке.



25. На горизонтальной плоскости стоит кубик массы M , к верхней грани которого прикреплен легкий блок. Через блок перекинута невесомая нерастяжимая нить, на конце которой закреплен груз массы m , касающийся вертикальной грани кубика. Какую работу нужно совершить, чтобы поднять груз на высоту h , прикладывая к нити горизонтальную силу F ? Считать, что трения нет, а кубик движется поступательно.



26. На внутренней поверхности вращающейся вокруг вертикальной оси конической воронки лежит небольшая шайба. Коэффициент трения шайбы о поверхность воронки равен μ . Найти угловую скорость вращения воронки, если угол при ее вершине равен $2a$, а шайба находится на высоте h над вершиной воронки.



27. Шарик массы m прикреплен двумя невесомыми нерастяжимыми нитями длиной X . Каждая к горизонтальной штанге, симметрично закрепленной на вертикальной оси, вращающейся с угловой скоростью ω . Угол между нитями равен a . Найти силы натяжения нитей.

28. Космический корабль движется по круговой орбите вокруг Земли так, что все время находится на прямой, соединяющей Землю и Луну, на таком расстоянии, что действие их гравитационных сил на корабль уравновешено. Найти вес космонавта в корабле, если масса космонавта равна m , отношение масс Земли и Луны равно k , радиус орбиты Луны в n раз больше радиуса ЗЕМЛИ, а ускорение свободного падения у поверхности Земли равно g .

29. В одной автомашине лобовое стекло имеет угол наклона к горизонту: равный $b_1 = 30^\circ$, а в другой $b_2 = 15^\circ$.

При каком отношении скоростей двух автомашин v_1/v_2 водители увидят градины, отскакивающими от лобовых стекол своих машин в вертикальном направлении? Считать, что относительно земли градины падают вертикально.

30. По гладкой горизонтальной поверхности движется лист фанеры. Скорости точек A и B равны v и лежат в плоскости листа фанеры (рис. 3).

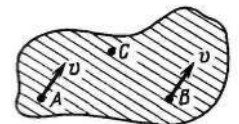


Рис. 3

Определите скорость точки C .

31. Катушка катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности, причем скорость конца нити (точка A) горизонтальна и равна v . На катушку опирается шарнирно закрепленная в точке B доска (рис. 4). Внутренний и внешний радиусы катушки равны r и R соответственно.

Определите угловую скорость ω доски в зависимости от угла a .

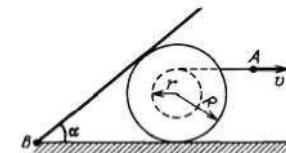


Рис. 4

10. $a = 11g/14$, направлено вниз.

11. $a = 6mg/(M + 6m)$

12. $a = 2g/3$